

# 第 10 回：パネルデータ分析（3）

北村 友宏

2020 年 12 月 11 日

# 本日の内容

1. 変量効果モデルの推定
2. ハウスマン検定

# パネルデータのモデル

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_1 x_{it} + u_{it},$$
$$i = 1, 2, \dots, n,$$
$$t = 1, 2, \dots, T,$$

を推定することを考える.

- ▶  $i$  : 個体識別番号
  - ▶ e.g., 市場番号
- ▶  $n$  : 個体数
- ▶  $t$  : 時点識別番号
  - ▶ e.g., 月
- ▶  $T$  : 時点数

ここで、誤差項  $u_{it}$  が2つの部分からなるとして、

$$u_{it} = \mu_i + \varepsilon_{it},$$

のように書く。

- ▶  $\mu_i$  : 個別効果 (individual effect)
  - ▶ 個体に特有で時間を通じて一定の効果
  - ▶ e.g., 市場の集客力
- ▶  $\varepsilon_{it}$  : その他要因
  - ▶  $E(\varepsilon_{it} | x_{it}) = 0$ .
- ▶ 説明変数と独立でない個別効果を固定効果 (fixed effect) という。
- ▶ 説明変数と独立な個別効果を変量効果 (random effect) という。

# 変量効果モデル

- ▶ 個別効果が説明変数と独立であることを仮定したモデルを**変量効果モデル** (random effect model) という。

変量効果モデルは,

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_1 x_{it} + \mu_i + \varepsilon_{it},$$

$$E(\mu_i | x_{it}) = 0,$$

$$E(\varepsilon_{it} | x_{it}) = 0,$$

$$V(\mu_i | x_{it}) = \sigma_\mu^2,$$

$$V(\varepsilon_{it} | x_{it}) = \sigma_\varepsilon^2,$$

$$E(\mu_i \varepsilon_{it} | x_{it}) = 0,$$

$$i = 1, 2, \dots, n,$$

$$t = 1, 2, \dots, T,$$

のように仮定する.

# 固定効果モデルと変量効果モデルの大きな違い

- ▶ 固定効果モデル :  $E(\mu_i | x_i) \neq 0$ .
- ▶ 変量効果モデル :  $E(\mu_i | x_i) = 0$ .

# 変量効果モデルの推定方法

- ▶ 変量効果モデルでは個別効果  $\mu_i$  を誤差項から消去することを考えず,

$$u_{it} = \mu_i + \varepsilon_{it},$$

を誤差項として考える。

- ▶ 同じ個体でも、異なる時点同士の誤差項が相関する。
  - ▶ e.g., 築地市場の誤差項は他の市場より大きく、1月から12月まで似たような値をとる。
  - ▶ e.g., 多摩ニュータウン市場の誤差項は他の市場より小さく、1月から12月まで似たような値をとる。

⇒ OLS 推定の仮定の1つ（誤差項同士は無相関）が満たされず、変量効果モデルは**実行可能な一般化最小二乗法**（Feasible Generalized Least Squares, FGLS）で推定する（詳細な説明は省略）。



# gretl での変量効果モデルの FGLS 推定

データセットをパネルデータとして読み込んだ状態で、

- ▶ メニューバーから「モデル」→「パネル」→「固定効果あるいは変量効果」と操作.
- ▶ ラジオボタンの中から「変量効果（ランダム効果）」を選ぶ.

⇒ 変量効果モデルの FGLS 推定ができる.

- ▶ 「説明変数（回帰変数）」を複数選べば、定数項以外に説明変数が 2 つ以上あるモデルも推定できる.

# みかんの需要関数

変量効果モデルを仮定し、みかんの需要関数を、

$$q_{it} = \beta_0 + \beta_P p_{it} + \mu_i + \varepsilon_{it},$$

- ▶  $q_{it}$  : 取引数量
- ▶  $p_{it}$  : 価格
- ▶  $\mu_i$  : 個別効果
- ▶  $i$  : 市場番号
- ▶  $t$  : 月 (時点番号)

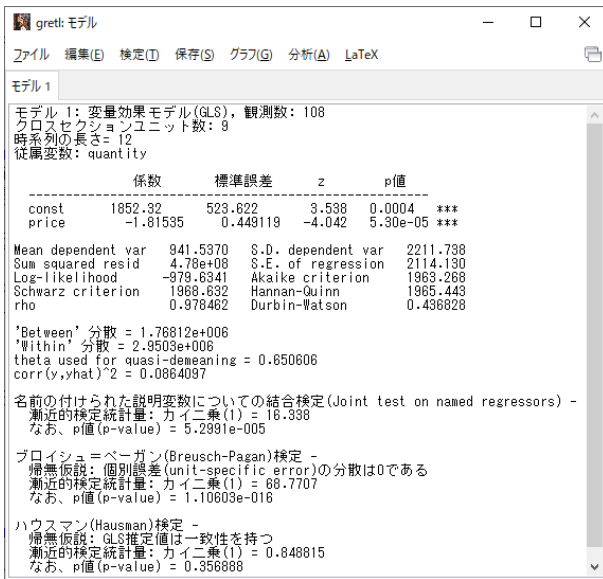
とする。

# 実習 1

東京都中央卸売市場で取引されたみかんの数量と価格（市場別・月別）のデータを用い，変量効果モデルを仮定して，みかんの需要関数の FGLS 推定を行う。

1. gretl を起動.
2. 「ファイル」→「データを開く」→「ユーザー・ファイル」と操作.
3. orangetokyo.gdt を選択し，「開く」をクリック.
4. gretl のメニューバーから「モデル」→「パネル」→「固定効果あるいは変量効果」と操作.
5. 出てきたウィンドウ左側の変数リストにある quantity をクリックし，3つの矢印のうち上の青い右向き矢印をクリック.
  - ▶ 推定式の左辺の変数（被説明変数，従属変数）が quantity（みかんの取引数量）となる.

6. ウィンドウ左側の変数リストにある price をクリックし，3つの矢印のうち真ん中の緑の右向き矢印をクリック。
  - ▶ 推定式の右辺の変数（説明変数，独立変数）が price（みかんの価格）となる。
  - ▶ 最初から説明変数リストに入っている const は推定式の切片（定数項）のこと。
7. 「頑健標準誤差を使用する」にチェックが入っていれば**外す**。今回も不具合防止のため，このオプションには**チェックしない**。
  - ▶ デフォルトの標準誤差が計算される。
8. ラジオボタンの「変量効果（ランダム効果）」をクリック。その右のプルダウンメニューは，「Swamy-Arora」でよい。
  - ▶ 変量効果モデルが仮定され，FGLS 推定が行われる。
9. 「OK」をクリックすると，結果が表示される。



このような画面が表示されれば成功.

# 需要関数の，変量効果モデルとしての FGLS 推定結果

## ▶ 価格の係数

- ▶ -1.81535 (符号は負)
  - ➡ 前回と前々回で推定した固定効果モデルでの係数推定値 (1.82343) に近いが，少し異なっている (個別効果の仮定が異なるため)。
- ▶ 有意水準 1% で，係数ゼロの  $H_0$  棄却。
  - ➡ 価格は取引数量と統計的に有意に相関している。
  - ➡ みかん 1kg 当たりの価格が 1 円高くなると，取引数量は 1.81535t 減少する。
  - ⇒ 経済理論と整合的。

**注：** gretl で変量効果モデルの FGLS 推定を行った場合，決定係数は表示されない。

## 実習 2

1. 「gretl: モデル 1」のウィンドウのメニューバーから「ファイル」→「名前を付けて保存」と操作。
2. 「標準テキスト」を選び、「OK」をクリック。
3. 需要関数推定結果 5.txt という名前で「2020 ミクロデータ分析 2」フォルダに保存。すると、表示された推定結果をそのままテキストファイルで保存できる。

# ハウスマン検定

- ▶ パネルデータ分析において、「固定効果モデルと変量効果モデルの係数が等しい」ことを帰無仮説とする検定をハウスマン検定 (Hausman test) という.
  - ▶ 注：この授業ですすでに出てきた、同時方程式モデルでのハウスマン検定とは異なる。
- ▶ ハウスマン検定を行うと、固定効果モデル・変量効果モデルのどちらを採択するかを検定することができる。



パネルデータ分析におけるハウスマン検定の帰無仮説と対立仮説は、

- ▶ 帰無仮説  $H_0$  : 固定効果モデルと変量効果モデルの係数は等しい
  - ▶ すなわち、仮定の強い変量効果モデル（個別効果と誤差項は独立）を推定しても問題はない
- ▶ 対立仮説  $H_1$  : 固定効果モデルと変量効果モデルの係数は等しくない
  - ▶ すなわち、仮定の弱い固定効果モデル（個別効果と誤差項は独立でない）が正しい



検定統計量は、漸近的に自由度が「定数項を除く説明変数の数」のカイ二乗分布に従う（詳細な説明は省略）。

$p$  値を見て、帰無仮説  $H_0$  の採択・棄却を判断する。

- ▶  $p$  値が 0.1 以下 (未満) : 有意水準 10% で  $H_0$  を棄却.
- ▶  $p$  値が 0.05 以下 (未満) : 有意水準 5% で  $H_0$  を棄却.
- ▶  $p$  値が 0.01 以下 (未満) : 有意水準 1% で  $H_0$  を棄却.



- ▶  $H_0$  棄却の場合
  - ▶ 固定効果モデルを仮定して, LSDV 推定または Within 推定を行う必要あり (変量効果モデルの FGLS 推定ではバイアス発生).
- ▶  $H_0$  採択の場合
  - ▶ 固定効果モデルを仮定する必要性が支持されない.  
⇒ 変量効果モデルの FGLS 推定を行ってよい.

# gretl でのパネルデータ分析におけるハウスマン検定

- ▶ 変量効果モデルの FGLS 推定（メニューバーから「モデル」→「パネル」→「固定効果あるいは変量効果」と操作し、「変量効果（ランダム効果）」を選ぶ）を実行すると、出力結果の、  
「ハウスマン (Hausman) 検定」  
の部分に、ハウスマン検定統計量とその  $p$  値が表示される。

# ハウスマン検定結果

## ▶ カイ二乗統計量の実現値

- ▶ 0.848815 (「漸近的検定統計量」に表示)
- ▶ 「カイ二乗 (1)」のカッコ内はカイ二乗分布の自由度.
- ▶ 帰無仮説の「GLS 推定値は一致性を持つ」とは、「(固定効果モデルを仮定せず) 変量効果モデルを仮定して FGLS で推定しても観測値数が十分に大きければ真の係数に近い推定値が得られる」という意味.
- ▶  $p$  値は 0.356888.
- ▶ 有意水準 10%で、変量効果モデルとしての需要関数の係数の FGLS 推定値は一致性を持つ (固定効果モデルと変量効果モデルの係数は等しい) という  $H_0$  採択.



需要関数の説明変数である価格と需要関数の個別効果が独立でない（固定効果モデルと変量効果モデルの係数は等しくない）とはいえず，説明変数と個別効果が独立であると仮定した変量効果モデルのFGLS推定を行ってもよいと判断される。

# レポート・論文でのハウスマン検定結果の提示

- ▶ 検定統計量の実現値と、その  $p$  値を、推定結果の表中または本文中で示せばよい。

本日の作業はここまで.

今回は gretl のデータセットに変更を加えていないので, **gretl のデータセット (orangetokyo.gdt)** を上書き保存する必要はない.